100%
Concours

PHYSIQUE
AU CONCOURS D'ENTRÉE
Masseur-kinésithérapeute

Salah Belazreg
Docteur en physique,
Professeur au lycée Camille Guérin
et conseiller pédagogique tuteur à Poitiers

EdiScience

ISBN 978-2-10-058021-7

Table des matières

Chapitre 3
Propriétés des ondes 47

Chapitre 4
Les bases de la mécanique 71

Chapitre 5
Travail, puissance, énergie et chaleur 125

Mesures et incertitudes

1

Plan

1. Grandeurs physiques. Équations aux dimensions
2. Système international d'unités
3. Équations aux dimensions
4. Mesures des grandeurs
5. Dispersion d'une série de mesures

Objectifs

- Savoir établir une équation aux dimensions
- Retrouver l'unité d'une grandeur physique dans le système S.I.

1. Grandeurs physiques. Équations aux dimensions

La physique est une science basée sur l'observation de phénomènes physiques, et l'étude de ces phénomènes nécessite la définition de grandeurs physiques.

On appelle **grandeur physique** toute propriété physique mesurable.

Une grandeur physique F est mesurable si on sait définir l'égalité, la somme et le rapport de deux grandeurs de son espèce.

La mesure de la grandeur s'obtient donc par comparaison entre deux grandeurs physiques de même nature dont l'une est choisie comme unité, soit :

$$F = f \cdot U_F \quad \left| \begin{array}{l} F \text{ : grandeur physique} \\ f \text{ : valeur numérique de la grandeur } F \\ U_F \text{ : unité de la grandeur } F \end{array} \right.$$

La valeur numérique f est liée à la précision de la mesure.

Par exemple, pour une masse : $m = x$ kg où x représente la valeur mesurée de la masse.

2. Système international d'unités

Des grandeurs fondamentales ont été choisies : elles sont au nombre de sept (tableau ci-après). L'ensemble des unités est regroupé dans un système cohérent et universel d'unités, appelé le **système international (SI)**.

Toute grandeur physique peut donc s'exprimer sur la base de ces unités fondementales.

Grandeurs fondamentales	Unités	Symboles
Masse	kilogramme	kg
Longueur	mètre	m
Temps	seconde	s
Intensité du courant électrique	ampère	A
Température	kelvin	K
Quantité de matière	mole	mol
Intensité lumineuse	candéla	cd
Unités supplémentaires		
Angle plan	radian	rad
Angle solide	stéradian	sr

3. Équations aux dimensions

Le principe des équations aux dimensions consiste à ramener les différents paramètres qui interviennent dans une formule aux grandeurs fondamentales du système international d'unités.
Le tableau ci-dessous donne quelques grandeurs physiques et leur dimension.

Grandeur physique	Dimension	Unité
Masse	M	kg
Longueur	L	m
Temps	T	s
Intensité du courant électrique	I	A

Exemple

- Unité d'une accélération.

Comme $a = \dfrac{dv}{dt} = \dfrac{d^2x}{dt^2}$ (cas d'un mouvement rectiligne), alors :
$[a] = \dfrac{[x]}{[t^2]}$ ($[a]$: se lit dimension de a).
Or $[x] = L$ et $[t] = T$, donc :

$$[a] = \frac{L}{T^2} = LT^{-2}$$

$[a] = \dfrac{L}{T^2} = L \cdot T^{-2}$.
Dans le système (SI), une accélération s'exprime donc en $\mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

■ Unité d'une force.

Comme $F = ma$, alors $[F] = [m]\,[a]$, soit

$$[F] = MLT^{-2}$$

Dans le système (SI), une force s'exprime en $\mathrm{kg \cdot m \cdot s^{-2}}$.
Le tableau ci-dessous donne quelques grandeurs dérivées (elles dérivent des unités fondamentales) ainsi que leurs unités.

Grandeur	Equations aux dimensions	Unités de base	Noms
Force	MLT^{-2}	$\mathrm{kg \cdot m \cdot s^{-2}}$	newton : N
Pression	$ML^{-1}T^{-2}$	$\mathrm{kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}}$	pascal : Pa
Travail	ML^2T^{-2}	$\mathrm{kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}}$	joule : J
Puissance	ML^2T^{-3}	$\mathrm{kg \cdot m^2 \cdot s^{-3}}$	watt : W
Charge	$Q = IT$	$\mathrm{A \cdot s}$	coulomb : C
Potentiel	$ML^2T^{-2}Q^{-1}$	$\mathrm{kg \cdot m^2 \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}}$	volt : V
Capacité	$M^{-1}L^{-2}T^2Q^2$	$\mathrm{kg^{-1} \cdot m^{-2} \cdot s^{4} \cdot A^2}$	farad : F
Résistance	$ML^2T^{-1}Q^{-2}$	$\mathrm{kg \cdot m^2 \cdot s^{-3} \cdot A^{-2}}$	ohm : Ω
Conductance	$M^{-1}L^{-2}TQ^2$	$\mathrm{kg^{-1} \cdot m^{-2} \cdot s^3 \cdot A^2}$	siemens : S
Champ magnétique	$MT^{-1}Q^{-1}$	$\mathrm{kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-1}}$	tesla : T
Inductance	$ML^2T^{-2}I^{-2}$	$\mathrm{kg \cdot m^2 \cdot s^{-2} \cdot A^{-2}}$	henry : H

4. Mesures des grandeurs

4.1. Valeur exacte et valeur approchée

Soit à mesurer une certaine grandeur physique F, une longueur par exemple.
Si l'on recommence plusieurs fois la mesure, en général on trouve des mesures légèrement différentes et on n'a aucune raison d'affirmer que l'une plutôt que l'autre de ces mesures exprime la valeur exacte de la grandeur F.
C'est dire que la valeur mesurée f d'une grandeur physique F n'est qu'une valeur approchée de F.

4.2. Les différents types d'erreurs de mesure

Il existe différents types d'erreurs de mesure :

Erreurs systématiques

Ce sont celles qu'entraînent l'emploi de méthodes ou d'instruments imparfaits :

- erreurs dues à l'expérimentateur ;
- erreurs dues à la méthode de mesure ;
- erreurs dues à l'appareil de mesure.

Erreurs accidentelles

À l'incertitude due à l'emploi de méthodes ou d'instruments imparfaits évoquée précédemment, peut venir se superposer une autre incertitude due, celle-là, au manipulateur.
Prenons l'exemple d'un observateur qui voudrait mesurer une température. L'imperfection de son œil mais aussi la grosseur des traits de la graduation du thermomètre, notamment, introduisent une erreur due à l'observateur.
Ces erreurs sont surtout imputables à l'imperfection des sens de l'opérateur.

Remarque

On diminue les erreurs accidentelles, d'une part, en choisissant des méthodes de mesure bien étudiées et des instruments perfectionnés.

4.3. Intervalle de confiance et précision sur une mesure

Intervalle de confiance

Du fait des incertitudes dues aux appareils ou (et) aux manipulateurs, il n'y a pas tout à fait coïncidence entre la « valeur exacte » de la grandeur mesurée et la mesure correspondante. Dès lors, il est judicieux de présenter le résultat sous forme d'un encadrement définissant un intervalle ayant de fortes chances de contenir la « vraie valeur » de la grandeur physique mesurée.

- Si F est une grandeur que l'on a de bonnes raisons de supposer invariable et dont la mesure puisse être recommencée à volonté dans d'aussi bonnes conditions, on prend souvent :

– pour **valeur approchée f de F**, la moyenne arithmétique des résultats des n mesures effectuées :

$$\overline{f} = \frac{f_1 + f_2 + \cdots + f_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i}{n}$$

– pour **incertitude absolue Δf**, la moyenne des valeurs absolues des écarts entre chaque résultat et cette moyenne $\overline{f}$:

$$\Delta f = \frac{\left|f_1 - \overline{f}\right| + \left|f_2 - \overline{f}\right| + \cdots + \left|f_n - \overline{f}\right|}{n}$$

- Ne connaissant pas la valeur exacte de la grandeur physique F, l'expérimentateur tiend souvent le language suivant : « Il y a de fortes chances pour que la valeur exacte cherchée se situe dans une fourchette Δf, encadrant la valeur annoncée ! » En fait, il recherche une valeur convenable de l'encadrement du résultat qu'il a trouvé. Le choix d'une valeur Δx, qu'on appelle l'**intervalle de confiance**.

Si l'on fixe « les fortes chances » (c'est-à-dire la probabilité) à 95 %, ce taux de 95 % constitue le niveau de confiance correspondant à l'intervalle de confiance annoncé.
– Toute valeur numérique f résultant d'une mesure doit être accompagnée d'une indication sur la confiance qu'on peut lui accorder.
L'intervalle de confiance, souvent appelé incertitude sur la mesure, est noté Δf ; Δf a la même unité que f.
– L'incertitude dépend du niveau de confiance choisi.

Incertitude d'une mesure

Définition - Incertitude absolue
L'écart maximal entre la valeur centrale et toute autre valeur mesurée représente l'incertitude absolue.

– Si, après plusieurs mesures, on connaît deux valeurs extrêmes f_1 et f_2 d'une grandeur F, on écrit :

$$f_1 \leqslant F \leqslant f_2 \ (1)$$

La valeur la plus probable de F est :

$$f = \frac{f_1 + f_2}{2}$$

La borne supérieure de l'incertitude sur F est :

$$\Delta f = \frac{f_2 - f_1}{2}$$

On peut remplacer l'expression (1) par la relation :

$$F = f \pm \Delta f$$

– Si, après plusieurs mesures, on connaît deux valeurs extrêmes F_1 et F_2 d'une grandeur F, on écrit :

$$F_1 \leqslant F \leqslant F_2$$

La valeur la plus probable de F est :

$$f = \frac{F_1 + F_2}{2}$$

– **Théorème des incertitudes absolues.**

L'incertitude absolue sur une somme ou sur une différence est égale à la somme des incertitudes absolues sur chaque terme.

Si $f = a + b$ ou $g = a - b$, alors $\Delta f = \Delta g = \Delta a + \Delta b$

Définition - Incertitude relative

La précision de la mesure est donnée par le rapport :

$$\frac{\Delta f}{f}$$

C'est un nombre sans unité, encore appelé incertitude relative sur le résultat.

L'incertitude relative sur un produit ou un quotient est égale à la somme des incertitudes relatives sur chaque facteur.

Si $f = a \cdot b$ ou $g = \dfrac{a}{b}$, alors $\dfrac{\Delta f}{f} = \dfrac{\Delta a}{a} + \dfrac{\Delta b}{b}$ et $\dfrac{\Delta g}{g} = \dfrac{\Delta a}{a} + \dfrac{\Delta b}{b}$

D'une façon générale, si la grandeur f est définie par $f = \dfrac{a^\alpha b^\beta}{c^\gamma}$, alors :

$$\frac{\Delta f}{f} = \alpha\frac{\Delta a}{a} + \beta\frac{\Delta b}{b} + \gamma\frac{\Delta c}{c}$$

Incertitude sur les valeurs calculées

Souvent, la grandeur physique F que l'on veut déterminer n'est pas directement mesurable. Elle est fonction de plusieurs autres grandeurs physiques $X, Y, \ldots$ mesurables.

Par exemple, si F dépend de deux grandeurs X et Y, alors :

$$f = f(x,y)$$

Si les mesures x et y sont indépendantes, alors :

$$\Delta f = \left|\frac{\partial f}{\partial x}\right|\Delta x + \left|\frac{\partial f}{\partial y}\right|\Delta y$$

5. Dispersion d'une série de mesures

Lorsque l'expérimentateur répète plusieurs fois la même mesure expérimentale d'une grandeur physique X (avec un protocole ne comportant pas d'erreur systématique), il se trouve devant une série de résultats appelée « population ». Si n représente le nombre total de mesures, alors la taille de la population est n.

Dans ce cas, on ne cherche plus l'écart absolu. On applique plutôt la méthode statistique pour répondre à la question : « quel est le résultat qui mérite le plus notre confiance et quelle confiance peut-on lui accorder ? »

5.1. Nature des mesures

Au cours d'une manipulation, les mesures peuvent être indépendantes, corrélées ou aléatoires.

Définitions - Mesures indépendantes et mesures corrélées

- Des mesures sont considérées comme **indépendantes** si elles sont effectuées par des manipulateurs différents sur des appareils différents (mais du même type) en suivant le même protocole.
- Les mesures sont considérées comme **corrélées** si elles sont effectuées par plusieurs manipulateurs utilisant successivement le même matériel ou un seul manipulateur utilisant plusieurs appareils.

  Cette situation est la plus courante en travaux pratiques.

5.2. Exploitation d'un grand nombre de mesures

Si l'on dispose d'un grand nombre de mesures d'une même grandeur physique, on commence dans un premier temps à les grouper en **classes**, c'est-à-dire le nombre de mesures appartenant à chaque classe. Ensuite, on trace l'**histogramme** correspondant en portant en ordonnée les effectifs de chaque classe (n) et en abscisse la valeur centrale (x) de chaque classe. Les histogrammes sont fréquemment de forme symétrique aplatis sur les côtés. On en trace souvent la courbe « enveloppe », à l'allure de cloche ; cette courbe est appelée « courbe de Gauss ».

Définitions - Moyenne et écart-type

- Soit x_i l'une des quelconque des mesures. La **moyenne des mesures**, notée $\overline{x}$, est donnée par :

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \quad \text{où } n = \sum_{i=1}^{n} n_i \text{ représente le nombre total de mesures}$$

- L'**écart-type** σ_n caractérise la dispersion d'une série de mesures autour de la moyenne.

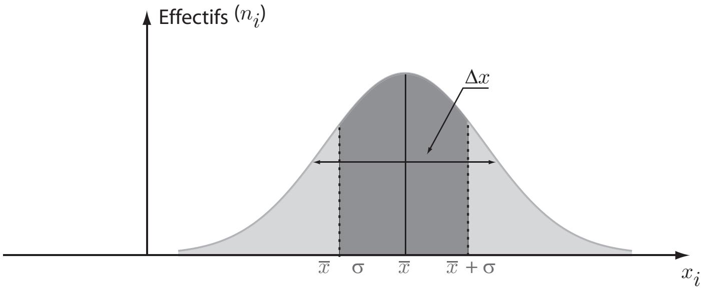
Si la valeur exacte de la moyenne $\overline{x}$ est connue ou si la population est de taille finie, on utilise l'écart-type σ_n défini à partir de l'écart quadratique moyen :

$$\sigma_n = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \overline{x})^2}{n}}$$

Dans le cas où la moyenne $\overline{x}$ est une estimation, c'est-à-dire que sa valeur exacte est inconnue (c'est le cas en physique expérimentale, en chimie...) un meilleur estimateur de l'écat-type est l'écart-type corrigé :

$$\sigma_{n-1} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \overline{x})^2}{n-1}}$$

S'il n'y a pas d'erreur systématique, $\overline{x}$ est la meilleur estimation possible de la valeur exacte inconnue de la grandeur mesurée.
Si les effectifs des classes se placent sur une courbe de Gauss, la théorie des probabilités montre qu'il y a alors 68 % de chances pour qu'une valeur isolée x_i soit comprise dans l'intervalle $[\overline{x} - \sigma_{n-1} ; \overline{x} + \sigma_{n-1}]$.



On dit que que l'incertitude sur x_i est σ (pour un niveau de confiance de 68 %).
La largeur à mi-hauteur Δx est telle que :

$$\Delta x = 2\sigma\sqrt{2 \ln 2} \simeq 2{,}35\sigma$$

Pour avoir un niveau de confiance de 95 %, il est nécessaire de considérer un intervalle $[\overline{x} - 2\sigma_{n-1} ; \overline{x} + 2\sigma_{n-1}]$.
Avec un intervalle $[\overline{x} - 3\sigma_{n-1} ; \overline{x} + 3\sigma_{n-1}]$, on atteint le niveau de confiance 99,7 %.
Pour un grand nombre de mesures, la meilleure estimation de la grandeur physique mesurée est la moyenne arithmétique des résultats. L'incertitude est estimée par l'écart-type σ, 2σ, 3σ, ... avec un niveau de confiance qui dépend de l'étendue de l'intervalle considérée ($\pm\sigma$, $\pm 2\sigma$, $\pm 3\sigma$, ...).

Un exemple pratique – Exploitation d'un nombre restreint de mesures

Cette situation est la plus courante en travaux pratiques.
Lors d'une séance de travaux pratiques de chimie en 1^re^S, différents groupes d'élèves ont déterminé le volume molaire des gaz. Les mesures des 9 groupes donnent :

Groupe	1	2	3	4	5	6	7	8	9
V_M (en $L \cdot mol^{-1}$)	25,78	24,98	25,58	25,19	25,58	25,27	26,36	25,97	25,19

Si les erreurs sont uniquement aléatoires, on prend la moyenne des 9 mesures comme estimation de la grandeur à déterminer, soit :

$$\overline{x} = \frac{\sum_i x_i}{n}$$

Numériquement : $V_{M\,(moy)} = 25{,}54\ L \cdot mol^{-1}$.
L'étendue des mesures est :

$$r = x_{max} - x_{min}, \text{ soit } r = 1{,}38\ L \cdot mol^{-1}$$

L'écart-type est donné par :

$$\sigma_n = \sqrt{\frac{\sum_i (x_i - \overline{x})^2}{n}}$$

Numériquement $\sigma_n = 0{,}44\ L \cdot mol^{-1}$.
On est dans le cas d'une estimation d'une moyenne par un intervalle de confiance.
On suppose que la distribution des moyennes d'échantillon suit une loi normale $\mathcal{N}\left(m, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$.
L'intervalle de confiance de la moyenne est :

$$[\overline{x} - t_\alpha \cdot \frac{\sigma_n}{\sqrt{n}}\ ;\ \overline{x} + t_\alpha \cdot \frac{\sigma_n}{\sqrt{n}}]$$

t_α : variable réduite correspondant au risque choisi

Au risque de 5 %, les tables donnent $t_\alpha = 2{,}31$.
La probabilité pour qu'une variable aléatoire X appartienne à un intervalle donné est de 95 % pour l'intervalle $[\overline{x} - 2{,}31 \times \frac{\sigma_n}{\sqrt{n}}; \overline{x} + 2{,}31 \times \frac{\sigma_n}{\sqrt{n}}]$.
Ainsi :

$$25{,}20\ L \cdot mol^{-1} \leqslant V_M \leqslant 25{,}88\ L \cdot mol^{-1}$$

On a donc 95 % de chance que la valeur réelle du volume molaire se trouve dans cet intervalle.
Coefficient de confiance 0,99, la table donne $t_\alpha = 3{,}35$ et par suite :

$$25{,}05\ L \cdot mol^{-1} \leqslant V_M \leqslant 26{,}03\ L \cdot mol^{-1}$$

Questions à choix multiples

1 La grandeur G est liée aux grandeurs X, Y et Z au moyen de l'expression : $G = X^a Y^b Z^c$
Les dimensions de X, Y et Z sont : $[X] = L^2.T^{-1}$; $[Y] = L^{-2}$; $[Z] = M.L^2$; $[G] = M.T^{-1}$
Par analyse dimensionnelle, on trouve que les coefficients a, b et c sont égaux à :

❒ **a.** $a = 0 ; b = 1 ; c = 1$ ❒ **c.** $a = 1 ; b = 1 ; c = 1$ ❒ **e.** $a = 1 ; b = 2 ; c = 1$
❒ **b.** $a = 0 ; b = 1 ; c = 2$ ❒ **d.** $a = 1 ; b = 1 ; c = 2$

2 Soient 3 grandeurs x_1, x_2 et x_3 reliées par la relation $x_3 = \dfrac{x_1^2}{x_2}$
$x_1 = 1{,}20 \pm 0{,}02$ m
$x_2 = 1{,}80 \pm 0{,}03$ m
$x_3 = 0{,}80$ m avec l' incertitude suivante :

❒ **a.** $\pm 0{,}01$ m ❒ **c.** $\pm 0{,}03$ m ❒ **e.** $\pm 0{,}07$ m
❒ **b.** $\pm 0{,}02$ m ❒ **d.** $\pm 0{,}04$ m

Exercices

3 (**) **1.** Un fil de cuivre de longueur $l = 60{,}36$ cm et de diamètre $d = 0{,}998$ mm a une masse $m = 4{,}200$ g.
Calculer en unités S.I., la masse volumique μ du cuivre.

2. Déterminer la précision de la mesure de la grandeur μ puis donner l'expression correcte du résultat.

On donne les formules d'approximations :

$$(1+\varepsilon)^n \simeq 1 + n\varepsilon$$
$$(1-\varepsilon)^n \simeq 1 - n\varepsilon$$
$$(1-\varepsilon)(1+\varepsilon') \simeq 1 - \varepsilon + \varepsilon'$$

4 (***) La valeur du champ de gravitation $\mathcal{G}$ est donnée par la relation :

$$\mathcal{G}(z) = g_0 \frac{R_T^2}{(R_T + z)^2}$$

1. Montrer que si z est petit devant R_T, $\mathcal{G}(z)$ est une fonction linéaire de z.
2. Calculer l'erreur relative que l'on commet si l'on confond $\mathcal{G}(z)$ et g_0 quand $z = 3200$ m.

On donne :
rayon terrestre : $R_T = 6400$ km.
$(1+\varepsilon)^{-2} \simeq 1 - 2\varepsilon$
$\dfrac{1}{1-\varepsilon} \simeq 1 + \varepsilon$

Corrigés

1 ❐ **a.** ❐ **b.** ❐ **c.** ❐ **d.** ☒ **e.**

$$G = X^a \cdot Y^b \cdot Z^c$$

La relation doit être homogène, donc

$$[G] = [X]^a\,[Y]^b\,[Z]^c$$

Comme $[X] = L^2 \cdot T^{-1}$, $[Y] = L^{-2}$ et $[Z] = M \cdot L^2$, alors

$$[G] = (L^2 \cdot T^{-1})^a \times (L^{-2})^b \times (M \cdot L^2)^c = M^c L^{2a-2b+2c} \cdot T^{-a}$$

Or $[G] = M \cdot T^{-1}$.

L'identification des exposants des différentes dimensions conduit à :

$$\begin{cases} c = 1 \\ 2a - 2b + 2c = 0 \\ -a = -1 \end{cases} \text{ d'où } \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = 1 \end{cases}$$

2 ❐ **a.** ❐ **b.** ❐ **c.** ☒ **d.** ❐ **e.**

Comme $x_3 = \dfrac{x_1^2}{x_2}$, alors $\dfrac{\Delta x_3}{x_3} = 2 \times \dfrac{\Delta x_1}{x_1} + \dfrac{\Delta x_2}{x_2}$

A.N. : $\dfrac{\Delta x_3}{x_3} = 2 \times \dfrac{0{,}02}{1{,}20} + \dfrac{0{,}03}{1{,}80} = 0{,}05$ et $\Delta x_3 = 0{,}04$ m

3 **1.** La masse volumique μ d'un solide ou d'un liquide est telle que :

$$\mu = \frac{m}{V} \quad \left| \begin{array}{l} \mu : \text{masse volumique en } \mathrm{kg \cdot m^{-3}} \\ m : \text{masse en } \mathrm{kg} \\ V : \text{volume en } \mathrm{m^3} \end{array} \right.$$

Le volume du fil de cuivre est le produit de sa section S par la longeur l, soit :

$$V = S\,l \text{ où } S = \pi r^2 = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2$$

Ainsi :

$$\mu = \frac{m}{V} = \frac{m}{\pi \left(\dfrac{d}{2}\right)^2 l} = \frac{4m}{\pi d^2 l}$$

Application numérique :

$l = 60{,}36 \text{ cm} = 60{,}36 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 60\left(1 + \dfrac{0{,}36}{60}\right) \cdot 10^{-2} \text{ m} = 60(1 + 0{,}006) \cdot 10^{-2} \text{ m}$

$d = 0{,}998 \text{ mm} = (1 - 0{,}002) \times 10^{-3} \text{ m}$

$m = 4{,}200 \text{ g} = 4{,}200 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$

$$\mu = \frac{4 \times 4{,}200 \cdot 10^{-3}}{\pi \times (1 - 0{,}002)^2 \cdot 10^{-6} \times 60(1 + 0{,}006) \cdot 10^{-2}}$$
$$= \frac{2{,}8}{\pi} \cdot 10^4 \times (1 - 0{,}002)^{-2} \times (1 + 0{,}006)^{-1}$$

Comme :
$(1 - 0{,}002)^{-2} \simeq 1 + 2 \times 0{,}002 = 1 + 0{,}004$
$(1 + 0{,}006)^{-1} \simeq 1 - 0{,}006$
et $(1 - 0{,}006)(1 + 0{,}004) \simeq 1 - 0{,}006 + 0{,}004 = 1 - 0{,}002 = 0{,}998$, alors :

$$\mu = \frac{2{,}8}{\pi} \cdot 10^4 \times 0{,}998 = 8{,}89 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

2. Précision de la mesure sur la masse volumique μ.
On a :

$$\mu = \frac{4m}{\pi d^2 l}$$

Donc :

$$\frac{\Delta\mu}{\mu} = \frac{\Delta m}{m} + 2\frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta l}{l}$$

On a :
$\Delta m = 0{,}001$ g
$\Delta d = 0{,}001$ mm
$\Delta l = 0{,}01$ cm.
D'où :

$$\frac{\Delta\mu}{\mu} = \frac{0{,}001}{4{,}200} + 2 \times \frac{0{,}001}{0{,}998} + \frac{0{,}01}{60{,}36} = 2{,}4 \cdot 10^{-3}, \text{ soit } 0{,}24\ \%$$

L'incertitude absolue est donc :

$$\Delta\mu = 0{,}24 \cdot 10^{-2} \times 8{,}89 \cdot 10^3 \simeq 0{,}02 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Et par suite :

$$8{,}87 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \leqslant \mu \leqslant 8{,}91 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

ou :

$$\mu = (8{,}89 \cdot 10^3 \pm 0{,}02 \cdot 10^3) \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

4 **1.** Comme $(R_T + z)^2 = R_T^2(1 + \frac{z}{R_T})^2$, alors :

$$\mathcal{G}(z) = g_0 \frac{R_T^2}{(R_T + z)^2} = g_0 \frac{R_T^2}{\left(R_T^2(1 + \frac{z}{R_T})^2\right)} = g_0 \frac{1}{(1 + \frac{z}{R_T})^2}$$

Pour $z \ll R_T$, $\frac{z}{R_T} \ll 1$ et donc :

$$\frac{1}{(1 + \frac{z}{R_T})^2} \simeq 1 - 2\frac{z}{R_T}$$

D'où :

$$\mathcal{G}(z) \simeq g_0 \left(1 - 2\frac{z}{R_T}\right) = -\frac{2g_0}{R_T} z + g_0$$

2. En confondant $\mathcal{G}$ et g_0, on commet une erreur par excès :

$$g_0 - \mathcal{G} \simeq \frac{2g_0}{R_T} z$$

L'erreur commise sur $\mathcal{G}$ est :

$$\frac{\Delta\mathcal{G}}{\mathcal{G}} = \frac{g_0 - \mathcal{G}}{\mathcal{G}} \simeq \frac{\dfrac{2g_0}{R_T}z}{g_0\left(1 - 2\dfrac{z}{R_T}\right)} = \frac{2z}{R_T\left(1 - 2\dfrac{z}{R_T}\right)}$$

Comme $\dfrac{1}{1 - 2\dfrac{z}{R_T}} \simeq 1 + 2\dfrac{z}{R_T}$, alors :

$$\frac{\Delta\mathcal{G}}{\mathcal{G}} \simeq \frac{2z}{R_T}\left(1 + 2\frac{z}{R_T}\right) \simeq \frac{2z}{R_T}$$

Numériquement :

$$\frac{\Delta\mathcal{G}}{\mathcal{G}} = \frac{2 \times 3{,}2}{6400} = \frac{1}{1000}$$

2

Ondes

Plan

1. Généralités sur les ondes
2. Ondes mécaniques – Propagation d'un signal
3. Ondes lumineuses
4. Ondes sonores

Objectifs

- Connaître les définitions d'onde et d'onde progressive
- Reconnaître les ondes transversale et longitudinale
- Connaître la relation entre périodes spatiale et temporelle

1. Généralités sur les ondes

1.1. Définitions

Définition - Perturbation

On appelle **perturbation** la modification (ou variation) locale et temporaire de certaines grandeurs physiques : de déplacement, de pression, de masse volumique, ...

Important

Si la grandeur physique est une grandeur mécanique, la perturbation est un ébranlement du milieu.

Exemples

Déformation d'une corde, vagues

Définition - Source

La **source** représente le système (ou l'opérateur) qui fournit l'énergie nécessaire à la formation de la perturbation.

Remarque

On appelle aussi émetteur la source du signal.

Définition - Onde

On appelle **onde**, la déformation qui se propage ou propagation de la perturbation.

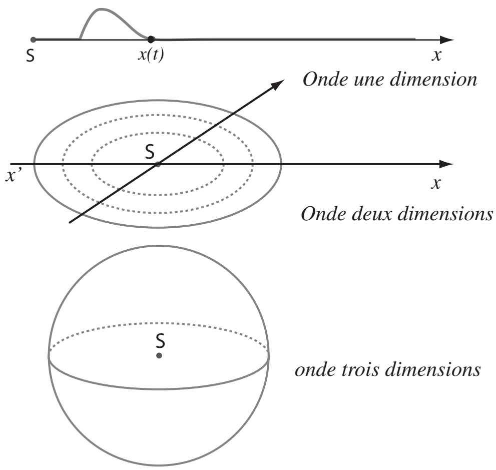
Le point où se crée la perturbation s'appelle la source de l'onde.

Le milieu de propagation de l'onde peut être :

- unidirectionnel : corde, ressort ;
- bidimensionnel : surface d'un liquide ;
- tridimensionnel : air.

Une onde à 1 dimension se propage généralement sur une droite et les surfaces d'onde sont réduites à des points.

Une onde à 2 dimensions se propage sur une surface, comme les vagues à la surface de l'eau. Les surfaces d'onde sont des cercles centrés sur la source O.



Définition - Front d'onde

L'ensemble des points atteints par l'onde à l'instant *t* est appelé **front d'onde**.

Le front d'onde est :

- un point dans le cas d'une onde à une dimension ;
- un cercle dans le cas d'une onde à deux dimensions ;
- une sphère dans le cas d'une onde à trois dimensions.

1.2. Classement des ondes

On peut classer les ondes en deux catégories : les ondes électromagnétiques et les ondes mécaniques.

- **Les ondes électromagnétiques :** elles résultent de la vibration de champs électrique $\vec{E}$ et magnétique $\vec{B}$. Ce sont des ondes de nature vectorielle. Elles se propagent aussi bien dans le vide que dans certains milieux matériels.
- **Les ondes mécaniques :** contrairement aux ondes électromagnétiques, les ondes mécaniques nécessitent un support matériel.

  Les ondes mécaniques sont de nature scalaire.

Exemples

Les ondes lumineuses sont des ondes électromagnétiques.
Un ébranlement le long d'un ressort ou à la surface de l'eau provoque des ondes mécaniques.

2. Ondes mécaniques – Propagation d'un signal

2.1. Onde mécanique progressive

Définition

On appelle **onde mécanique progressive** le phénomène de propagation d'une perturbation mécanique dans un milieu matériel élastique sans transport de matière.
La direction dans laquelle la perturbation se déplace représente la direction de propagation de l'onde.

2.2. Ondes transversales et longitudinales

On distingue deux sortes d'ondes : les ondes transversales et les ondes longitudinales (Fig. 2.1 et Fig. 2.2).

Si la déformation du milieu matériel a lieu normalement à la direction de propagation de la perturbation, l'onde est dite transversale.

Si la déformation du milieu matériel et la propagation de l'onde se font dans la même direction, l'onde est dite longitudinale.

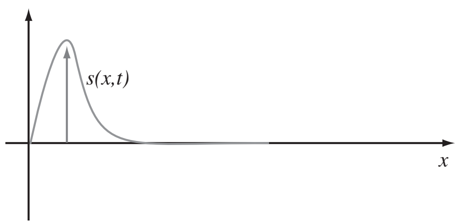


Figure 2.1

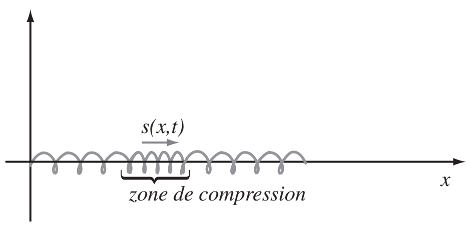


Figure 2.2

2.3. Célérité d'une onde

Définition - Célérité

La **célérité** v d'une onde représente la vitesse de propagation de l'onde.

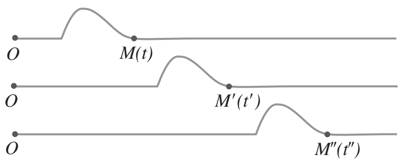
Si une onde parcourt une distance $d = MM'$ pendant la durée $\Delta t = t' - t$, sa célérité v est :

$$v = \frac{d}{\Delta t}$$

v : célérité de l'onde en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
d : distance en mètre (m)
Δt : durée en seconde (s)

À noter

On utilise le terme célérité au lieu de vitesse car la propagation s'effectue sans transport de matière.



Remarque

Dans un milieu homogène et isotrope, la célérité v est constante.

Influence des propriétés du milieu

La célérité d'une onde dépend des caractéristiques du milieu de propagation, en particulier de sa rigidité (ou élasticité), de son inertie (ou densité), de la température, de la pression...

Remarque

L'élasticité d'un corps caractérise sa résistance à la déformation.

- La célérité augmente avec l'élasticité du milieu de propagation.
- La célérité diminue avec l'inertie du milieu de propagation.

Le long d'une corde sans raideur, la célérité des ébranlements transversaux s'exprime en fonction de la tension F de la corde et de la masse linéique μ (masse par unité de longueur) :

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

2.4. Propriétés d'une onde mécanique progressive

Énergie et matière

Pour créer la perturbation, la source doit fournir de l'énergie.
Comme la perturbation se propage, alors l'onde transporte de l'énergie.
La propagation d'une onde s'accompagne d'un transport d'énergie avec la célérité v.

Atténuation

Dans le cas de la propagation d'une onde dans un milieu bidimensionnel ou tridimensionnel, il y a diminution de l'amplitude du signal au cours de la propagation. En effet, l'énergie mécanique initiale est répartie sur une surface de plus en plus grande (un cercle ou une sphère).

Attention

Ne pas confondre atténuation et amortissement.
L'amortissement est dû aux phénomènes de frottement : l'énergie mécanique initiale ne se conserve pas.

Principe de superposition

On se limitera au cas où :

- la présence d'un signal dans un milieu ne modifie pas la propagation de l'autre signal dans ce même milieu ;
- les grandeurs associées aux deux signaux sont sensiblement parallèles (addition scalaire des élongations).

Soient $s_1(x,t)$ et $s_2(x,t)$ les grandeurs associées à deux signaux. La grandeur associée au signal résultant s'écrit :

$$s(x,t) = s_1(x,t) + s_2(x,t)$$

À noter

On dit que les deux ondes interfèrent (*cf.* chapitre 3).

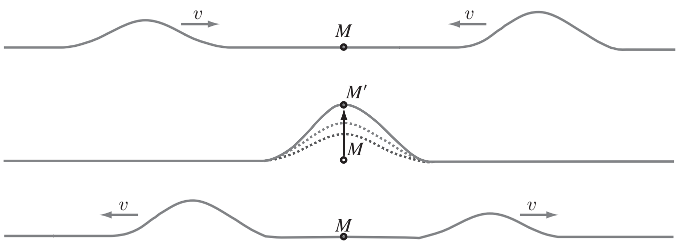


Figure 2.3

Deux ondes peuvent se croiser sans se perturber.

2.5. Ondes progressives mécaniques périodiques

La propagation des ondes implique trois éléments essentiels :

- la **source** : c'est le point où se crée la perturbation ;
- un **milieu** dans lequel les ondes se propagent ;
- un **récepteur** qui permet la détection des ondes émises par la source.

Description mathématique de la propagation

Variation de la grandeur associée à la propagation en fonction du temps

Si on modifie en un point S (la source) l'une des propriétés caractéristiques d'un milieu donné, une onde se propage à partir de S : la perturbation va affecter des points de plus en plus éloignés de S.

Soit une grandeur scalaire $s = f(t)$ qui se propage sur un axe Ox à la célérité v que l'on supposera constante et identique dans toutes les directions (absence d'amortissement).

Considérons un point M d'abscisse x, de l'axe Ox (Fig. 2.4).

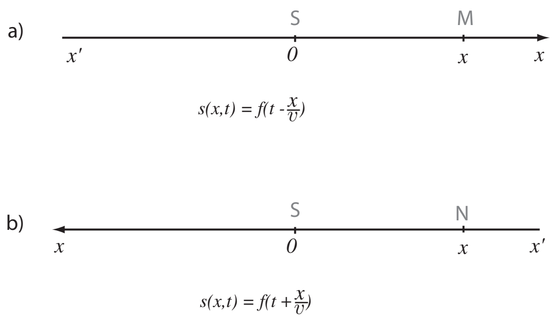


Figure 2.4

Pour aller de S à M, l'onde met le temps τ :

$$\tau = \frac{x}{v}$$

| τ : retard en s
| x : distance en m
| v : célérité en $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$

Remarque

Le point M reproduit le mouvement de la source S avec le retard τ.

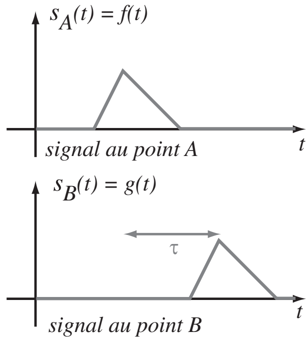
L'élongation de M à la date t, est l'élongation qu'il y avait en S à la date $t - \tau = t - \dfrac{x}{v}$, d'où :

$$s(x,t) = f\left(t - \frac{x}{c}\right), \text{ la vibration se propage vers les } x \text{ croissants}$$

Pour un point N d'abscisse x négative, l'onde met le temps $\tau = \frac{-x}{c}$. Le point N accomplit donc le mouvement de S avec l'avance $\tau = \frac{-x}{c}$ et donc son élongation est :

$$s(x,t) = f\left(t + \frac{x}{c}\right),\ \text{la vibration se propage vers les } x \text{ décroissants.}$$

$$s_B(t) = s_A(t - \tau)$$



D'une façon générale, on peut écrire :

$$s(x,t) = f\left(t \pm \frac{x}{v}\right)$$

À noter

Si la perturbation en S est entretenue, on obtient une onde progressive.

Variation de la grandeur associée à la propagation en fonction de l'abscisse

Soit $s(x,t)$ la valeur de la perturbation à la date t et soit $s(x,t')$ la valeur de la perturbation à la date t' (Fig. 2.5).

s subit à l'instant t' les mêmes variations qu'à l'instant t mais avec un décalage $d = v(t' - t)$.

La courbe de $s(x,t') = g(x - d)$ se déduit de celle de $s(x,t) = g(x)$ par une translation $d = v(t' - t)$.

Ainsi,

$$s(x,t') = s(x - d,t) \text{ avec } d = v(t' - t)$$

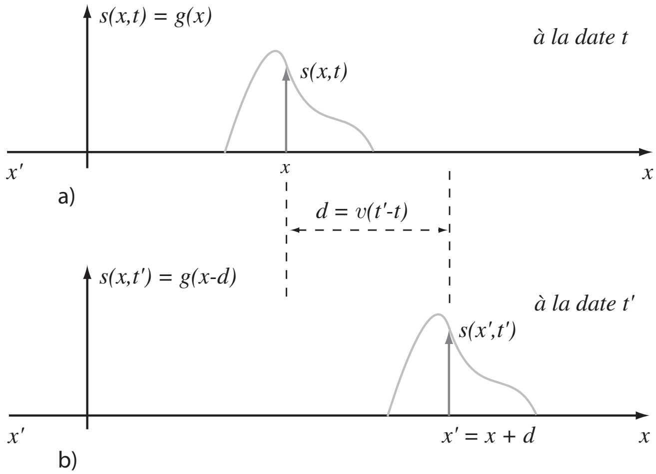


Figure 2.5

Onde progressive périodique

Définition

Une onde progressive est dite **périodique** si la perturbation de la source est périodique.

À noter

Un phénomène variable dans le temps est périodique et de période T, lorsqu'il se reproduit identique à lui même aux instants t, $t - T$, $t + T$;...; $t + kT$, soit :

$$f(t) = f(t + kT)\ ;\ k \in \mathbb{Z}$$

Si la perturbation de la source S est entretenue et périodique alors l'onde est dite **progressive périodique**.

Analyse de la fonction $s(x,t)$ dans le cas d'une onde progressive périodique

■ En un point M_0 d'abscisse $x = x_0$,

$s(x_0,t \pm T) = f\left(t \pm T - \frac{x_0}{v}\right) = f\left(t - \frac{x_0}{v}\right)$, soit

$$s(x_0,t) = s(x_0,t \pm T)$$

■ À une date $t = t_0$,

$$s(x,t_0) = f\left(t_0 - \frac{x}{v}\right) = f\left(t_0 \pm T - \frac{x}{v}\right) = f\left(t_0 - \frac{x \mp cT}{v}\right).$$

En posant $\lambda = vT$, on aboutit à : $s(x,t_0) = f\left(t_0 - \dfrac{x \mp \lambda}{v}\right)$, soit

$$s(x,t_0) = s(x \pm \lambda, t_0)$$

Les 2 relations précédentes montrent que l'onde progressive périodique possède une double périodicité :

■ une période temporelle T,

■ une période spatiale $\lambda = cT$, appelée **longueur d'onde**.

Remarque

La longueur d'onde λ est la longueur dont se propage le mouvement vibratoire au cours d'une période T.

Longueur d'onde et mouvement des points du milieu

■ Deux points M et N d'un milieu de dimension 1 vibrent en phase si la distance entre ces deux points et telle que :

$$d(M,N) = k\lambda \,;\, k \in \mathbb{Z}$$

■ Deux points M et N d'un milieu de dimension 1 vibrent en opposition de phase si la distance entre ces deux points et telle que :

$$d(M,N) = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda \,;\, k \in \mathbb{Z}$$

Onde plane progressive sinusoïdale

Un cas particulier intéressant est celui pour lequel l'une des grandeurs caractéristiques du milieu varie sinusoïdalement au cours du temps : la fonction $s(x,t)$ est une fonction sinusoïdale ou harmonique.
Au point S, la grandeur étudiée, peut s'écrire, par exemple :

$$s(0,t) = s_0 \cos(\omega t) \text{ avec } \omega = \frac{2\pi}{T}$$

L'état vibratoire en un point M d'abscisse x à l'instant t s'écrit donc (onde se propageant vers le x croissants) :

$$s(x,t) = s_0 \cos \omega(t - \tau) = s_0 \cos \omega\left(t - \frac{x}{v}\right)$$