5

Représentation d'une distribution

VARIABLE DISCRÈTE : FRÉQUENCES RELATIVES DES CLASSES

• Si dans un graphique représentant une distribution, on place en ordonnées le rapport des effectifs n_i de chaque classe sur le total N (n_i/N), on obtient le diagramme des fréquences relatives de chaque classe $p(x)$ (Fig. 5.1). La somme des barres qui représente la somme de toutes les fréquences relatives de chaque classe est égale à 1 (100 %).

• Si on place en ordonnées, la somme des fréquences relatives de toutes les classes **inférieures** à chaque valeur x, on obtient le diagramme en escalier des fréquences cumulées (Fig. 5.2). Les valeurs des classes sont représentées par le montant de la marche. Chaque plateau représente l'intervalle entre deux classes. La valeur lue pour un plateau est la fréquence de toutes les valeurs inférieures à la valeur du montant à droite.

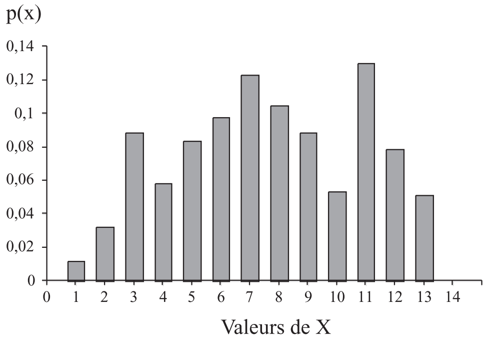


Fig. 5.1 – Distribution des fréquences relatives d'une variable X.

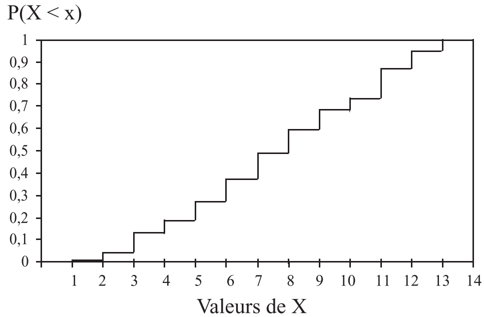


Fig. 5.2 – Diagramme des fréquences cumulées d'une variable X.

VARIABLE CONTINUE : DENSITÉ DE PROBABILITÉ

• Dans un graphique représentant une distribution d'une variable continue « discrétisée », on peut porter en ordonnées, le rapport ***p(x)/a***, où ***a*** est l'amplitude de la classe. Ce rapport représente la **densité de fréquence relative** (Fig. 5.3). L'aire de chaque rectangle représente la fréquence relative de la classe. Lorsque ***a*** tend vers zéro, ***p(x)*** tend aussi vers zéro, et le rapport ***p(x)/a*** tend vers une valeur limite, appelée **densité de probabilité**.

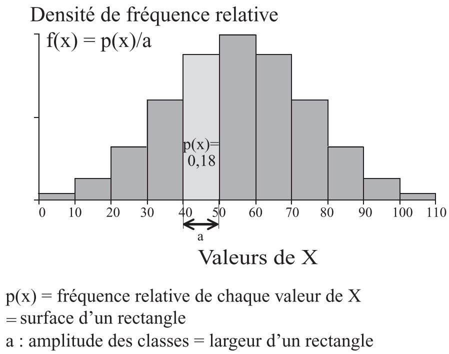


Fig. 5.3 – Courbe de la densité des fréquences relatives d'une variable continue X.

• La courbe de la densité de probabilité représente la **loi de distribution** de la variable continue. Elle possède les propriétés suivantes (Fig. 5.4) :
– l'aire contenue sous la courbe entre deux valeurs ***a*** et ***b*** représente la probabilité que X soit comprise entre ***a* et *b*** ;
– l'aire contenue sous la courbe avant une valeur ***a*** représente la probabilité que X soit inférieure à ***a*** ;
– l'aire contenue sous la courbe après une valeur ***b*** représente la probabilité que X soit supérieure à ***b*** ;
– l'aire sous la courbe représente la somme totale de toutes les probabilités de chaque valeur de la variable X. Elle est égale à 1 (100 %).

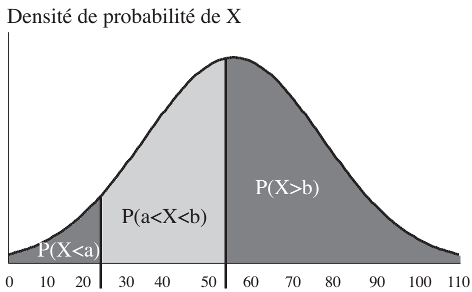


Fig. 5.4 – Courbe de la densité de probabilité d'une variable continue X.

11. L'étendue
12. L'espace interquartile
13. La variance
14. L'écart type

8. Soit une variable X' transformée d'une variable d'origine X, telle que X'= X/100 – 10.

La moyenne des valeurs de X' est égale à $m' = 3$. Quelle est la moyenne de la variable d'origine X ?

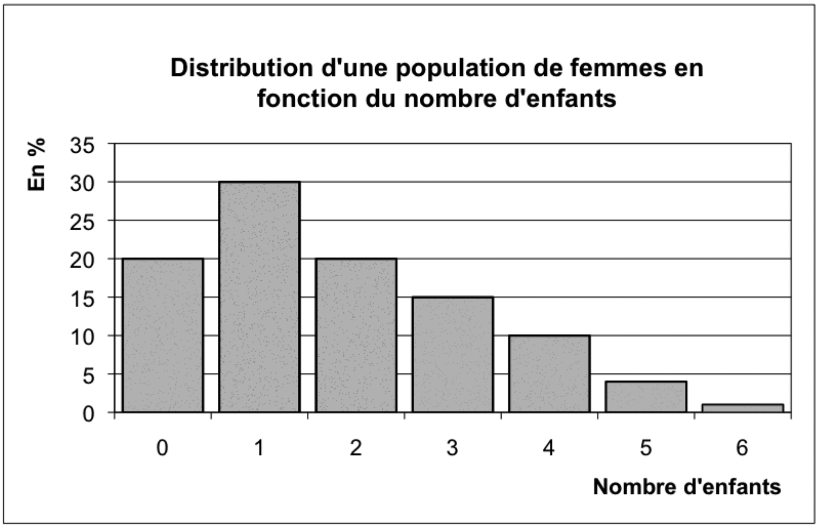
A. 0,13
B. 310
C. 1300
D. 10,3
E. 1030

9. L'écart type d'une distribution permet d'exprimer :

A. La variabilité de la distribution
B. La différence entre les valeurs extrêmes
C. La différence entre la moyenne et les extrêmes
D. La dispersion des valeurs
E. La moitié de l'écart entre les extrêmes

REPRÉSENTATION D'UNE DISTRIBUTION

10. Le graphique ci-joint montre la distribution d'une population de femmes en fonction du nombre d'enfants qu'elles élèvent.



1. Quelle est la proportion de femmes élevant des enfants ?
2. Quelle est la proportion de femmes ayant plus de deux enfants ?
3. Quelle est la proportion de femmes ayant au moins deux enfants ?
4. Quel est la proportion de femmes élevant au plus deux enfants ?

LOI BINOMIALE

11. Il est pertinent d'utiliser la loi binomiale pour mesurer la probabilité d'observer :

A. Dix sujets de poids inférieur à $m - 2$ écarts type dans une classe d'école primaire
B. Un cas de fièvre jaune en France pendant l'année en cours
C. Une entorse lors d'un week-end parmi un groupe de 150 randonneurs
D. Dix sujets mesurant plus de 2 m dans un lycée de 1 000 élèves
E. Quinze sujets diabétiques dans une maison de retraite de 300 personnes

12. On sait que dans la population, la fréquence des troubles de la vision des couleurs (dyschromatopsie) est de 8,5 %. À l'examen médical d'aptitude à une école de préparation à la formation de pilote de ligne, on a observé 15 sujets présentant une dyschromatopsie parmi une série de 110 candidats. L'application de la formule de la loi binomiale aboutit à un résultat de 0,022. Un tel résultat peut signifier que :

A. 2,2 % des candidats ne proviennent pas de la population de référence
B. L'examen d'aptitude a été mal fait dans 2,2 % des cas
C. Il y avait 2,2 chances sur 100 d'observer 15 dyschromatopsies
D. 2,2 % des candidats sont atteints de dyschromatopsie
E. 8,5 % des candidats ont un risque de 2,2 % d'être atteint de dyschromatopsie

LOI DE POISSON

13. Pendant une période de 20 ans, on a observé 34 cas de leucémie dans une commune X. Quelle est la probabilité d'observer quatre cas pendant une année ?

A. 6,4 %
B. 11,8 %
C. 20,0 %
D. 52,3 %
E. 80,0 %

Réponse 2 : D
Réponse 3 : B ou A
Réponse 4 : B ou A
Réponse 5 : A
Diagramme en barres verticales, classées en fonction du niveau d'études.

MESURES EN STATISTIQUE

7. La série suivante représente le poids en kg d'un groupe de 80 sujets.

La médiane	73,5 kg	(73 + 74)/2
Le 1er quartile	69 kg	
Le 2^{e} quartile	73,5	= médiane
Le 3^{e} quartile	77 kg	
Le percentile 5 %	59 kg	Les quatre premiers poids représentent 5 % des valeurs
Le percentile 25 %	69 kg	= premier quartile
Le percentile 95 %	82,5 kg	
Le percentile 97,5 %	84 kg	
La moyenne	72,8 kg	5 824/80
Les extrêmes	45 et 86 kg	
L'étendue	41 kg	(86 – 45)
L'intervalle interquartile	8 kg	(77 – 69)
La variance	51,7	(428 126 – (5 824)^2/80)/80 On considère la série comme une population : dénominateur = 80
L'écart type	7,2 kg	Racine (51,7)

8. Soit une variable X' transformée d'une variable d'origine X, telle que X'= X/100 – 10. La moyenne des valeurs de X' est égale à m' = 3. Quelle est la moyenne de la variable d'origine X ?

Réponse : C
$m = 100\,(m' + 10) = 100(10 + 3) = 1\,300$

9. L'écart type d'une distribution permet d'exprimer :

Réponses : A et D

REPRÉSENTATION D'UNE DISTRIBUTION

10. Le graphique ci-joint montre la distribution d'une population de femmes en fonction du nombre d'enfants qu'elles élèvent.

Réponses : 1 : 80 % ; 2 : 30 % ; 3 : 50 % ; 4 : 50 % (un et deux enfants)